



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa finală, Călărași, 29 mai 2010

CLASA a V-a

Problema 1. a) Arătați că numărul $0,16 \cdot 6,25$ este natural.

b) Arătați că există numerele naturale a și b și cifrele $c_1, c_2, \dots, c_{10}, d_1, d_2, \dots, d_{10}$, cu $c_{10} \neq 0, d_{10} \neq 0$, astfel încât numărul

$$(a + \overline{0,c_1c_2 \dots c_{10}})(b + \overline{0,d_1d_2 \dots d_{10}})$$

să fie natural.

Problema 2. Fie M mulțimea numerelor naturale de trei cifre, cu cifra zecilor diferită de 9.

a) Arătați că există 28 de numere naturale consecutive, care aparțin mulțimii M , astfel încât suma cifrelor oricăruia dintre ele nu este divizibilă cu 11.

b) Demonstrați că, oricum am alege 29 de numere naturale consecutive din M , există unul cu suma cifrelor divizibilă cu 11.

Problema 3. Determinați toate mulțimile alcătuite din trei numere naturale nenule, care au proprietatea:

câtul și restul obținute prin împărțirea sumei oricăror două elemente ale mulțimii la cel de-al treilea sunt numere distincte din mulțimea $\{1, 2, 3\}$.

Problema 4. La un concurs de matematică participă 100 de elevi, proba constând în găsirea răspunsului la trei întrebări. La sfârșitul concursului se constată că s-au primit, în total, 200 de răspunsuri corecte.

Arătați că există 34 elevi care au răspuns corect la aceleași două întrebări.

Timp de lucru $2\frac{1}{2}$ ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru clarificări. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.