OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEŢEANĂ – 12 MARTIE 2011

Clasa a V-a

Problema 1. Un număr de forma $\overline{abc}$ se numeşte „misterios'', dacă restul împărțirii lui a la b este 1.

a) Câte numere „misterioase'' există?

b) Care este cel mai mare număr „misterios'' divizibil cu 6?

Marieta Lefter și Eugenia Vlad, Călărași

Problema 2.

a) Determinaţi numărul $\overline{2a011} + \overline{20b11} + \overline{201c1} + \overline{2011d} - \overline{abcd}$.

Florin Ştefan Marcu, Călăraşi

b) Se consideră numerele naturale nenule $a_1, a_2, \ldots, a_{2011}$. Arătaţi că numărul $(a_1+a_2)(a_2+a_3)(a_3+a_4)\ \ldots\ (a_{2011}+a_1)$ este par.

Aurelia Caţaros şi Adriana Constantin, Călăraşi

Problema 3. a) Urmăriţi desenul alăturat şi precizaţi care sunt numerele x, z, y, t.

Eugen Predoiu, Călăraşi

1	0	2	2	3	6	4	12
0	1	3	4	8	9	15	16
						x	y
						z	t

b) În figura 1 este un pătrat de dimensiune 5×5 iar despre punctele figurate spunem că sunt în linie, în figura 2 este un pătrat de dimensiune 3×3 iar despre punctele figurate spunem că sunt în coloană şi în figura 3 este un pătrat de dimensiune 4×4 iar despre punctele figurate spunem că sunt în diagonală.

Care este cel mai mic număr natural n cu proprietatea că există un pătrat de dimensiune $n \times n$ în care pot fi plasate n puncte astfel încât să nu existe puncte așezate în linie, în coloană sau în diagonală. (Justificaţi răspunsul)

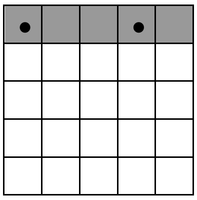

figura 1

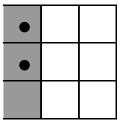

figura 2

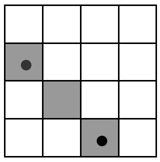

figura 3

Viorica Stoianovici, Călăraşi

Problema 4. Mihai se joacă desenând pe tabla din clasă. El desenează cercuri şi apoi le colorează cu diferite culori. După un interval de timp, Mihai observă că nu mai există spaţiu disponibil pe tablă pentru a desena şi numără toate cercurile pe care le-a desenat. El constată că pe tablă există 16 cercuri galbene, 17 cercuri verzi şi 18 cercuri albastre. Pentru a desena în continuare, Mihai foloseşte următorul procedeu: şterge două cercuri colorate diferit şi desenează în locul rămas un cerc, colorat cu o culoare diferită de culorile celor două cercuri pe care le-a şters (de exemplu dacă şterge un cerc de culoare galbenă şi unul de culoare verde atunci el desenează un cerc de culoare albastră). Numim „pas" operaţia prin care Mihai şterge două cercuri colorate diferit şi desenează un cerc, colorat conform regulii de mai sus. Mihai a utilizat o strategie care i-a permis ca, după parcurgerea numărului minim de paşi posibil, să rămână desenat pe tablă un singur cerc.

Care este culoarea ultimului cerc rămas pe tablă? (Justificaţi răspunsul)

Relu Ciupea, Olteniţa

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .

Baremul de notare este: **Problema 1** a) 4 puncte; b) 3 puncte; **Problema 2.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 3.** a) 4 puncte; b) 3 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.

OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEŢEANĂ – 12 MARTIE 2011

Clasa a VI-a

Problema 1. a) Să se demonstreze că $\frac{1}{2}+\frac{5}{3}+\frac{11}{4}+\frac{19}{5}+\cdots+\frac{239}{16}<118$.

Gheorghe Fianu, Ştefan cel Mare

b) Fie $p>2$ un număr prim astfel încât $\frac{3}{p+1}$ se simplifică. Arătați că $\frac{p+7}{6}$ este număr natural.

ViitoriOlimpici.ro

Problema 2. a) Un număr de forma $\overline{abcd}$ se numeşte „misterios'' dacă are toate cifrele nenule, distincte două câte două și $a+d=b+c$. Dacă $\mathcal{M}$ este mulțimea numerelor „misterioase" și n este numărul elementelor mulțimii $\mathcal{M}$ arătați că n este divizibil cu 8.
b) Arătați că orice mulțime ale cărei elemente sunt 2011 numere naturale nenule conține cel puțin o submulțime cu suma elementelor sale divizibilă cu 2011.

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 3. Fie $ABCD$ un pătrat şi punctele E şi F, $E\in(BC)$ iar $F\in(CD)$, astfel încât $m(\widehat{EAF})=60°$. Notăm $m(\widehat{CBF})=\alpha$ şi $m(\widehat{CDE})=\beta$.

a) Dacă $\alpha=\beta$ arătați că ΔEAF este echilateral.
b) Dacă $CE+CF=AB$ determinați $\alpha+\beta$.

Gheorghe Stoianovici, Călăraşi

Problema 4. Pe bisectoarea unghiului ascuțit $\widehat{XOY}$ se consideră punctul P. Mediatoarea segmentului $[OP]$ intersectează $[OX$ în A şi $[OY$ în B, iar bisectoarea unghiului $\widehat{ABP}$ intersectează $[OX$ în C.

a) Demonstrați că $AB=AC$;
b) Dacă, în plus, $BC=BP$ determinați $m(\widehat{XOY})$.

Sica Furtună şi Sorin Furtună, Călăraşi

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este: **Problema 1** a) 4 puncte; b) 3 puncte; **Problema 2.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 4.** a) 3 puncte; b) 4 puncte.