Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului

Inspectoratul Școlar al Județului Călărași
str. Slobozie nr.28
tel. 0242.315949 fax. 0242.312810
isjcalarasi@gmail.com
www.isj.cl.edu.ro

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 13 MARTIE 2010

Clasa a V-a

Problema 1. a) Scrieți numărul 2009^{2009} sub forma x^2+y^2, cu $x, y \in \mathbb{N}^*$.

G.M. 7-8-9 /2009

b) Aflați toate numerele naturale care împărțite la 1000 dau câtul un număr cub perfect, iar restul egal cu pătratul câtului.

G.M. 1/2009

Problema 2. Pentru $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ se notează cu T_n un tabel cu n linii ($L_1, L_2, ..., L_n$) și cu n coloane ($C_1, C_2, ..., C_n$). Tabelele T_2, T_3, T_4, ... se completează cu numere naturale în modul următor:

T_2

	C_1	C_2
L_1	1	2
L_2	4	3

T_3

	C_1	C_2	C_3
L_1	1	2	5
L_2	4	3	6
L_3	9	8	7

T_4 …

	C_1	C_2	C_3	C_4
L_1	1	2	5	10
L_2	4	3	6	11
L_3	9	8	7	12
L_4	16	15	14	13

a) Calculați suma numerelor din linia L_{50} a tabelului T_{50} .
b) Găsiți cel mai mic număr n pentru care tabelul T_n conține numărul 2010.
c) Pentru numărul n găsit la punctul b) aflați numărul liniei și numărul coloanei din tabelul T_n în care se găsește 2010.

Adriana Olaru , Călărași

Problema 3. Fie mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots ,16\}$.

a) Câte submulțimi cu două elemente a căror sumă este un număr pătrat perfect admite mulțimea M ?
b) Puteți să aranjați elementele mulțimii M pe un cerc astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect ? Justificați răspunsul dat.
c) Puteți să aranjați elementele mulțimii M pe o dreaptă astfel încât suma oricăror două numere care sunt vecine să fie pătrat perfect ? Justificați răspunsul dat.

Adriana Constantin și Aurelia Cațaros, Călărași

Problema 4. Inițial sunteți în pătratul care conține litera S. Puteți să treceți dintr-un pătrat în altul dacă acestea au o latură comună sau un vârf comun. Trebuie să treceți din pătratul care conține litera S într-un pătrat care conține o altă literă trecând exact prin trei pătrate care conțin numere (de exemplu ca să ajungeți de la S la A puteți să treceți prin pătratele 4, 8, 12, prin pătratele 4, 9, 12, prin pătratele 5, 9, 13, etc).

S	1	2	3	I
4	5	6	7	H
8	9	10	11	G
12	13	14	15	F
A	B	C	D	E

a) Câte posibilități aveți să treceți din pătratul care conține litera S în pătratul care conține litera E trecând exact prin trei pătrate care conțin numere?
b) Câte posibilități aveți să treceți din pătratul care conține litera S într-un pătrat care conține o altă literă trecând exact prin trei pătrate care conțin numere ?

Viorica Stoianovici, Călărași

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 2.** a) 2 puncte ; b)3 puncte; c)2 puncte; **Problema 3.**a) 2 puncte; b) 2 puncte;c) 3 puncte ; **Problema 4.**a)1 punct;b)6 puncte.

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului

Inspectoratul Școlar al Județului Călărași
str. Slobozie nr.28
tel. 0242.315949 fax. 0242.312810
isjcalarasi@gmail.com
www.isj.cl.edu.ro

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 13 MARTIE 2010

Clasa a VI-a

Problema 1. a) Fie mulțimea de numere raționale $A=\left\{\frac{2010}{2}, \frac{2009}{3}, \frac{2008}{4}, \dots\right\}$. Determinați mulțimea $A \cap \mathbb{N}$.

Sorin Furtună , Călărași

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că, pentru orice număr rațional $x>1$, există $k, p \in \mathbb{N}$, $k>n$, astfel încât: $x=\left(1+\frac{1}{k}\right)\left(1+\frac{1}{k+1}\right)\cdot \ldots \cdot\left(1+\frac{1}{k+p}\right)$.

G.M. 6/2009

Problema 2. Fie a și b sunt două numere naturale nenule iar $m=11a+21b+17$ și $n=8a+3b+5$.
a) Arătați că dacă $9 \mid m$ atunci $9 \mid n$.
b) Arătați că dacă a și b verifică egalitatea : $[a,b]+(a,b)=2a+3b$ atunci fracția $\frac{3a+14b}{3b+14a}$ este reductibilă ($[a,b]$ și (a,b) sunt cel mai mic multiplu comun respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor a și b).

Nela Costache , Călărași și Relu Ciupea , Oltenița

Problema 3. Fie ΔABC un triunghi isoscel $([AB]\equiv[AC])$ și D mijlocul laturii $[AC]$.
a) Dacă $[AB]\equiv[BC]$, punctul E este simetricul punctului D față de dreapta BC și punctul F este simetricul punctului B față de punctul E arătați că $F \in AC$.
b) Dacă $m(\measuredangle BAC)>90^\circ$, $M\in(BC)$ astfel încât $DM \perp AC$, $DM \cap AB=\{N\}$, $P\in(DN)$ astfel încât $m(\measuredangle DCP)=m(\measuredangle NCP)$ arătați că $AM \parallel CP$ și $[AM]\equiv[CP]$.

Sorin Furtună și Eugen Predoiu, Călărași

Problema 4. Fie punctele A, B, C, D, X, Y, Z astfel încât $X, Y\in(AZ)$, $X\in(AY)$, $[BC]\cap AZ=\phi$ și $(BD)\cap AZ\neq\phi$. Dacă $BX\perp AZ$, $BX \parallel DY \parallel CZ$, $[AX]\equiv[YZ]\equiv[DY]$, $[BX]\equiv[XZ]$ și $[CZ]\equiv[XY]$ arătați că:
a) $\Delta ABX \equiv \Delta DAY$;
b) Patrulaterul $ABCD$ este pătrat.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

SUCCES!

__Notă :__ Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 2.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 3.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 4.** a) 2 puncte ; b) 5 puncte .