

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XI-a 8-10 DECEMBRIE 2006

Clasa a V-a

1. Fie  $A = 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot \dots \cdot 2^{67}$ .

a) Calculați  $B = A : (4^8)^{17}$ .

b) Găsiți restul împărțirii lui B la 5.

c) Fie  $C = 3^{1336} + 3^{1337}$ . Comparați B și C.

Constantin Adriana și Cațaros Aurelia

2. Numerele din șirurile următoare se asociază ca în schema

|    |    |    |    |    |      |      |      |
|----|----|----|----|----|------|------|------|
| 2  | 14 | 26 | 38 | 50 | ...  | 1994 | 2006 |
| ↓  | ↓  | ↓  | ↓  | ↓  |      | ↓    | ↓    |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | .... |      | X    |

Aflați numărul x.

Berbecel Constantin

3. Vom numi număr „special” un număr natural de forma  $\overline{abcd}$ , în baza 10, unde  $a, b, c$  și  $d$  sunt cifre nenule, distincte și  $a + b + c = d$ .

a) Care este cea mai mică valoare a cifrei  $d$ ?

b) Care este cel mai mic număr „special”? Dar cel mai mare?

c) Câte numere „speciale” există?

Furtună Sica și Furtună Sorin

4. Aflați toate numerele naturale care împărțite la 23 dau un rest egal cu pătratul câtului.

Ruse Gabriela

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XI-a 8-10 DECEMBRIE 2006

Clasa a VI-a

1. Fie numărul  $a = 2^{2n+1} \cdot 5^{2n+4} - 3$
- Câte cifre are numărul  $a$ ?
  - Aflați suma cifrelor numărului  $a$ .
  - Aflați cel mai mic număr natural nenul  $n$  pentru care suma cifrelor se divide cu 7.

Furtună Sica și Ruse Gabriela

2. Fie semidreptele  $[OA, [OB, [OC, [OD, [OE, [OF$  în această ordine în jurul punctului  $O$  astfel încât  $[OA \perp [OB$ ;  $[OC$  este bisectoarea unghiului  $\angle BOD$ ,  $[OF$  semidreapta opusă semidreptei  $[OC$ ,  $m(\angle DOE) = 5 \cdot m(\angle EOF)$ , și
- $$m(\angle EOF) = \frac{1}{3} \cdot m(\angle COD).$$

Determinați măsurile unghiurilor  $\angle EOF$  și  $\angle AOF$ .

Furtună Sica și Furtună Sorin

3. Determinați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 8, 9 și 12 dă resturile 6, 7, respectiv 10 și este divizibil cu 11.

Ruse Gabriela

4. Se dau mulțimile

$A = \{x \in \mathbf{N} / x = \overline{abcd}, a, b, c, d \text{ cifre pare, nenule, diferite între ele}\}$

$B = \{x \in A / x = \overline{abcd}, a + d = b + c\}$

$C = \{x \in A / x : 4\}$

- Aflați cel mai mare, respectiv cel mai mic element al mulțimii  $A$
- Determinați  $\text{card}A$  (numărul de elemente al mulțimii  $A$ )
- Determinați elementele mulțimii  $B$
- Determinați elementele mulțimii  $B \cap C$ .

Olaru Adriana

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XI-a 8-10 DECEMBRIE 2006

Clasa a VII-a

1. Fie  $S = \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \dots + \frac{1}{(n+k)(n+k+1)}$ . Știind că primul termen al sumei este  $\frac{1}{110}$ , calculați suma  $S$  pentru  $k = 89$ .

Ruse Gabriela și Tudor Victor

2. Se consideră romb ABCD,  $m(\angle A) < 90^\circ$ . Pe dreptele suport ale laturilor sale se duc perpendiculare din vârfurile A și C astfel:  $AM \perp BC$ ,  $M \in BC$ ;  $AQ \perp CD$ ,  $Q \in CD$ ;  $CN \perp AB$ ,  $N \in AB$ ;  $CP \perp AD$ ,  $P \in AD$ .
- a) Să se demonstreze că dreptele AC, BD, MP și NQ sunt concurente  
b) Arătați că patrulaterul MNPQ este dreptunghi  
c) Demonstrați că MNPQ este pătrat dacă și numai dacă unghiul A al rombului are măsura de  $45^\circ$ .

Ciupea Relu

3. Se consideră un triunghi ABC cu  $m(\angle ABC) = 20^\circ$  și  $m(\angle BAC) = 100^\circ$ . În interiorul unghiului  $\angle BAC$  se construiește semidreapta [AD, astfel ca  $m(\angle DAC) = 60^\circ$  și  $D \in (BC)$ . Mediatoarea segmentului [BC] intersectează AB în E. Calculați  $m(\angle DEC)$ .

Berbecel Constantin și Furtună Sorin

4. Fiind date 7 puncte în plan, oricare trei necoliniare, să se arate că există întotdeauna două drepte (determinate de puncte dintre cele șapte), care să fie paralele sau să facă între ele un unghi mai mic de  $9^\circ$ .

Stoianovici Viorica

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XI-a 8-10 DECEMBRIE 2006

Clasa a VIII-a

1. Fie  $E(x) = \frac{(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 8) + 16}{(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 6) + 8}$ ,  $x \in \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}; 4; 1 \right\}$ .

a) Arătați că  $E(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 2}$ .

b) Aflați valoarea maximă a expresiei  $E(x)$ .

Berbecel Constantin

2. Fie ABCDA'B'C'D' un paralelipiped dreptunghic cu  $AB = BC = a$ ,  $AA' = 2a$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ , iar M mijlocul segmentului (CC').

a) Aflați distanța de la A' la BM.

b) Aflați distanța de la M la dreapta de intersecție a planelor (A'D'O) și (B'C'O).

Ciupea Relu și Berbecel Constantin

3. Pe planul dreptunghiului ABCD se duce perpendiculara în D pe care se consideră un punct P. Dacă M este piciorul perpendicularei din D pe PC,  $DP = 15$  cm,  $DM = 12$  cm și  $BM = 20$  cm, arătați că  $BM \perp MD$  și calculați perimetrul dreptunghiului ABCD.

Furtună Sica și Furtună Sorin

4. Dacă numerele reale a, b, c sunt toate trei mai mari decât 0 și mai mici decât 1, să se arate că măcar unul dintre numerele  $a(1 - b)$ ,  $b(1 - c)$ ,  $c(1 - a)$  nu este strict mai mare decât  $\frac{1}{4}$ .

Stoianovici Gheorghe